

Семипятный В.К.¹, к. т. н., с.н.с., Хуршудян С.А.¹, д.т.н., проф., Иразиханов А.Б.², к.т.н.

¹ ВНИИПБиВП – филиал ФГБНУ «ФНЦ пищевых систем им. В.М. Горбатова» РАН
(Россия, Москва)

²ООО «Научно-производственное предприятие «Виски России»
(Россия, Республика Дагестан, с. Мирное)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ЧЛЕНА УРАВНЕНИЯ СКОРОСТИ УТОПЛЕНИЯ ЧАСТИЦ ПО ЗАКОНУ СТОКСА

Аннотация. В статье рассмотрен закон Стокса в приложении его к исследованию процессов растворения в индустрии напитков. Даны области применимости классического результата, а также даны рекомендации по постановке экспериментов и анализу полученных результатов. В частности, показано, что для мелкодисперсных частиц экспоненциальный член выражения скорости не имеет значения. Применимость закона Стокса для микро- и милли- частиц существенно различается, что следует учитывать при постановке экспериментов в области растворения и утопления: сверхмелкие частицы нельзя аппроксимировать мелкими частицами, несмотря на аналогичную форму, плотность и рельеф поверхности.

Ключевые слова: закон Стокса, утопление частицы, процесс растворения

**V.K. Semipyatny¹, Candidate of Technical Science, Senior Researcher, S.A. Khurshudyan¹,
Doctor of Technical Science, Professor, A.B. Irazikhanov², Candidate of Technical Science**

¹ All-Russian Scientific Research Institute of the Brewing, Non-Alcoholic and Wine Industry -
Branch of the V.M. Gorbатов Federal Research Center of Food Systems of RAS, Moscow, Russia

²OJSC "Research and Production Enterprise "Whiskey of Russia", Mirnoe, Dagestan Republic,
Russia

RESEARCH OF THE EXPONENTIAL RATE EQUATION TERM OF DROWNING PARTICLES ACCORDING TO THE STOKES LAW

Annotation. The article considers the Stokes law in its application to the study of dissolution processes in the drinks industry. Given applicability areas of the classical result, and, also given recommendations for setting up experiments and analyzing the obtained results. In particular, it is shown that for small velocity particles the exponential term of the expression does not matter. The applicability of the Stokes law for micro- and milliparticles differs significantly, which should be taken into account in the formulation of experiments in the field of dissolution and drowning: ultrafine particles can not be approximated by small particles, in spite of the analogous form, density and topography of the surface.

Key words: Stokes law, particle drowning, dissolution process

В индустрии напитков для определения скорости утопления и растворения частиц при исследовании процессов растворения используется закон Стокса. Напомним, закон дает выражение для силы лобового сопротивления, испытываемого твердым шаром при его медленном поступательном движении в неограниченной вязкой жидкости. Закон справедлив лишь при очень маленьких числах Рейнольдса, но на практике растворяемый агент в напитках удовлетворяет этому и вышеперечисленным ограничениям. Формула для силы:

$$F_d = -6\pi\nu vR, \quad (1)$$

где ν – динамическая вязкость жидкости, Па·с, v – скорость частицы, м/с, R – радиус частицы.

Классическим используемым результатом является выражение для предельной скорости частицы по этому закону:

$$v_f = \frac{2}{9} \frac{gR^2(\rho - \rho_0)}{\nu}, \quad (1)$$

где ρ — плотность частицы, кг/м³, ρ_0 — плотность жидкости, кг/м³.

Зависимость предельной скорости от радиуса и плотности частиц дана на рис. 1

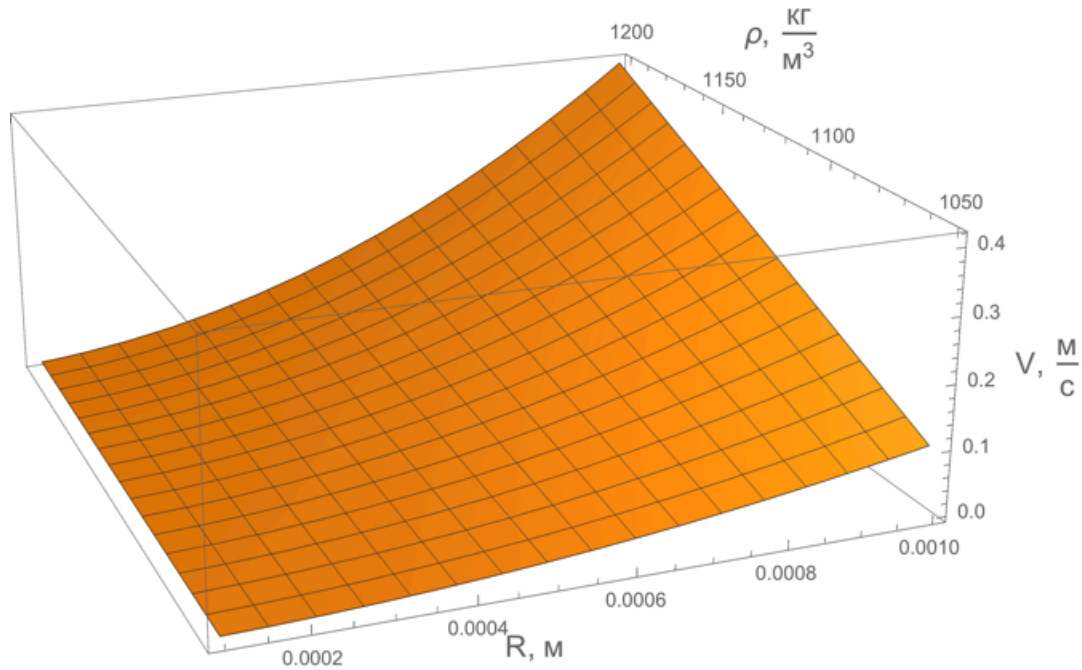


Рис. 1. Предельная скорость погружения частицы в этиловом спирте в зависимости от плотности и размера

Тем не менее, не случайно скорость названа предельной и очень важно об этом помнить. Если расписать задачу Коши относительно скорости частицы $v(t)$, имеем:

$$\begin{cases} \rho g \cdot \dot{v} + 6\pi\nu R \cdot v - \frac{4}{3}\pi g R^3 \cdot (\rho - \rho_0) = 0 \\ v(0) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Решая дифференциальное уравнение, получим выражение для скорости $v(t)$ в каждый момент времени:

$$v(t) = \frac{2}{9} \frac{gR^2(\rho - \rho_0)}{\nu} \left(1 - \exp \left\{ -\frac{9\nu}{2\rho R^2} t \right\} \right). \quad (4)$$

Экспоненциальный член равенства действительно стремится к единице в пределе, но в начале движения частицы предельная и моментальная скорость различны. Для того, чтобы обозначить границы применимости данной формулы, нужно исследовать экспоненциальный член уравнения:

$$1 - \exp \left\{ -\frac{9\nu}{2\rho R^2} t \right\}, \quad (5)$$

относительно различных плотностей и размеров частицы, а также при варьировании динамической вязкости жидкости.

Так как $e^0 = 1$, $e^{-9} \approx 0.0001$, положим область применимости:

$$0 < \frac{\nu}{2\rho R^2} t < 1, \quad (6)$$

поскольку вне указанных границ экспоненциальный член пренебрежимо мал.

Используя неравенства для плотности частицы:

$$1050 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} < \rho < 1200 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

а также выражение для динамической вязкости жидкости (выражения для воды и этилового спирта):

$$8,94 * 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с} < \nu < 1,074 * 10^{-4} \text{ Па} \cdot \text{с}$$

имеем выражение для времени, при котором использование данной формулы имеет смысл (размерности опущены для удобства):

$$0 < t < \frac{2\rho R^2}{\nu}$$
$$0 < t < 1,5 * 10^6 R^2$$

Из этой формулы можно сделать вывод, что для моделей с частицами радиусом, превышающим 1 мм, член имеет существенное значение на начальном этапе погружения, а следовательно дает отличный от предельной модели вклад в пройденное частицей расстояние в жидкости.

Вывод. Следует отметить, что результат демонстрирует, что для мелкодисперсных частиц экспоненциальный член выражения скорости не имеет значения. Однако, данная статья показывает, что применимость закона Стокса для микро- и милли- частиц существенно различается, что следует учитывать при постановке экспериментов в области растворения и утолнения: сверхмелкие частицы нельзя аппроксимировать мелкими частицами, несмотря на аналогичную форму, плотность и рельеф поверхности.

Список литературы

1. Семипятный В.К., Стрижко М.Н., Галстян А.Г. Совершенствование процесса растворения сухого молока: математическое моделирование системы «твердая частица -жидкость»//Молочная промышленность. 2013. № 8.
2. Семипятный В.К. Совершенствование технологии восстановления сухих молочных продуктов, диссертация кандидата технических наук, Кемерово, 2014
3. Разработка технологии концентрированного фито-лактатного продукта с промежуточной влажностью общего и специального назначения / Стрижко М.Н., Семипятный В.К., Галстян А.Г. // В сборнике: Международная научно-практическая конференция «Биотехнология и качество жизни». Материалы конференции. 2014. С. 358-359.